

### III وَحَدَاتِ النِّظَامِ الدُّوَلِيِّ SI

الرمز					
عربي مقترح	الدُّوَلِي	الوَخْدَة		الكمِّيَّة	
م	m	متر	meter	الطُّول	length
كـ غ	kg	كيلو غرام	kilogram	الكتلة	mass
ث	s	ثانية	second	الزَّمَن	time
أ	A	أمبير	Ampere	التَّيار الكهربائي	electrical current
ك	K	كلفن	Kelven	الحرارية الدينامية	thermodynamic temperature
مُل	mol	مُول	mole	كمِّيَّة المادة	a mount of substance
قد	cd	قَنْدِيلَة	candela	الشَّدة المُنيرِيَّة	luminous intensity

### IV الكَمِّيَّات الفيزيائية المستخدمة، رموزها ووحداتها الدُّوَلِيَّة

الوَخْدَة		الكمِّيَّة بدلالة وَحَدَاتِ النِّظَامِ الدُّوَلِيِّ الأساسية		الرمز الشائع	الكمِّيَّة
[م/ث]	[m/s]	متر / ثانية		<b>v</b>	السُرْعَة (السُرْعَة)
[مس/ث]	[rad./s]	دائرية / ثانية		<b>ω</b>	السُرْعَة الزَّاوِيَّة
[م/ث <sup>2</sup> ]	[m/s <sup>2</sup> ]	متر / ثانية <sup>2</sup>		<b>a</b>	تسارع
[مس/ث <sup>2</sup> ]	[rad./s <sup>2</sup> ]	دائرية / ثانية <sup>2</sup>		<b>ε</b>	تسارع زاوي
[كـ غ م / ث]	[kg m / s]	كيلو غرام متر / ثانية		<b>K</b>	زَحْم
[كـ غ م <sup>2</sup> / ث]	[kgm <sup>2</sup> /s]	كيلو غرام متر <sup>2</sup> / ثانية		<b>L</b>	زَحْم زاوي
[ن]	[N]	كيلو غرام متر / ثانية <sup>2</sup>		<b>F</b>	قوَّة
[ن م]	[Nm]	كيلو غرام متر <sup>2</sup> / ثانية <sup>2</sup>		<b>M<sub>F</sub></b>	عزم
[ن م]	[Nm]	كيلو غرام متر <sup>2</sup> / ثانية <sup>2</sup>		<b>A</b>	الشغل
[جول]	[J]	كيلو غرام متر <sup>2</sup> / ثانية <sup>2</sup>		<b>T, E</b>	الطاقة
[واط]	[W]	كيلو غرام متر <sup>3</sup> / ثانية <sup>3</sup>		<b>P</b>	القدرة
[كـ غ م <sup>2</sup> ]	[kgm <sup>2</sup> ]	كيلو غرام متر <sup>2</sup>		<b>I</b>	عزم القُصُور

## V صيغ رياضية وهندسية مُختارة

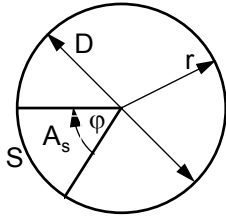
### هندسة مُستوية

$$\text{area} = \frac{1}{2} a \times b \sin \angle(a, b)$$

$$\text{area} = \sqrt{S(S-a)(S-b)(S-c)}$$

$$S = \frac{1}{2} (a + b + c)$$

### الهندسة الفراغية



الكرة، نصف قطرها r ، وقطرها D

$$A = \pi D^2 = 4\pi r^2 \text{ مساحة السطح}$$

$$V = \pi D^3/6 = 4\pi r^3/3 \text{ الحجم}$$

الاسطوانة المنتظمة ، نصف قطرها r وارتفاعها H

$$2\pi r H + 4\pi r^2 \text{ مساحة السطح}$$

$$V = \pi r^2 H \text{ الحجم}$$

المثلث: مجموع زواياه  $\alpha + \beta + \gamma = \pi$

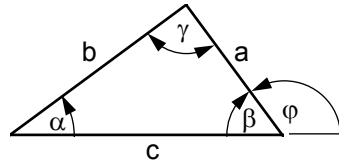
$$\varphi = \alpha + \gamma$$

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$$

### قانون الجيب

قانون جيب التمام  $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$

$$\frac{1}{2} = \frac{\text{المساحة}}{\text{القاعدة} \times \text{الارتفاع}}$$



الدائرة: نصف قطرها r ، وقطرها D

$$C = \pi D = 2\pi r \text{ المحيط ، } A = \pi D^2/4 = \pi r^2 \text{ المساحة}$$

$$A_s = r^2 \varphi/2 \text{ مساحة القطاع ، } S = r\varphi \text{ طول القوس}$$

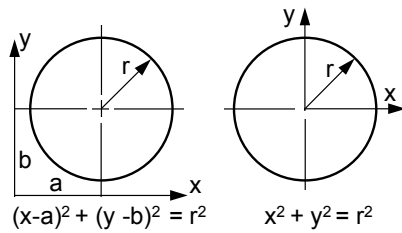
النسبة التقريبية  $\pi = 3.14159265$

$$57.29577951^\circ = \frac{180^\circ}{\pi} = \text{الدائرية}$$

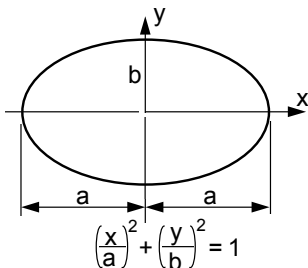
$$1 \text{ rad} = 57.29577951^\circ , 1^\circ = 0.0174532292 \text{ rad}$$

### الهندسة التحليلية

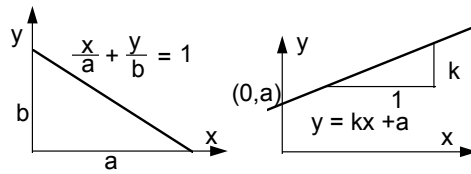
#### الدائرة



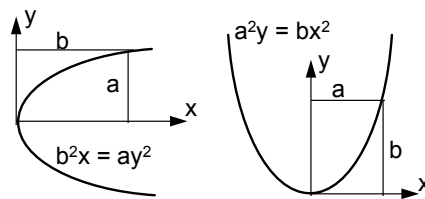
#### القطع الناقص ellipse



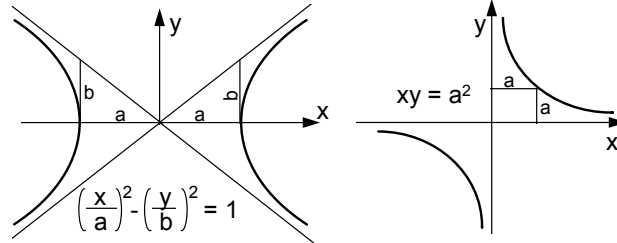
#### الخط المستقيم



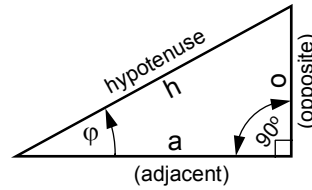
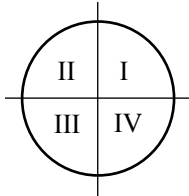
#### القطع المكافئ parabola



Hyperbola القطع الزائد



VI صيغ مثلثية



الإشارات في أرباع الدائرة				تعريفات	
VI	III	II	I	جا $\phi$ = جيب الزاوية $\phi$	$\sin \phi = \frac{o}{h} = \text{Sine } \phi$
-	-	+	+	جتا $\phi$ = جيب تمام الزاوية $\phi$	$\cos \phi = \frac{a}{h} = \text{Cosine } \phi$
+	-	-	+	ظا $\phi$ = ظل الزاوية $\phi$	$\tan \phi = \frac{o}{a} = \text{Tangent } \phi$
-	+	-	+	ظتا $\phi$ = ظل تمام الزاوية $\phi$	$\text{ctn } \phi = \frac{a}{o} = \text{Cotangent } \phi$
+	-	-	+	قا $\phi$ = قاطع الزاوية $\phi$	$\sec \phi = \frac{h}{a} = \text{Secant } \phi$
-	-	+	+	قتا $\phi$ = قاطع تمام الزاوية $\phi$	$\text{csc } \phi = \frac{h}{o} = \text{Cosecant } \phi$

خواص مثلثية بسيطة

$$\sin - \phi = - \sin \phi , \sin(\phi \pm \frac{\pi}{2}) = \pm \cos \phi , \sin(\phi \pm \pi) = - \sin \phi$$

$$\cos - \phi = \cos \phi , \cos(\phi \pm \frac{\pi}{2}) = \mp \sin \phi , \cos(\phi \pm \pi) = - \cos \phi$$

$$\tan - \phi = - \tan \phi , \tan(\phi \pm \frac{\pi}{2}) = - \frac{1}{\tan \phi} = - \text{ctn } \phi , \tan(\phi \pm \pi) = \tan \phi$$

$$\sin \phi = \sqrt{1 - \cos^2 \phi} = \frac{\tan \phi}{\sqrt{1 + \tan^2 \phi}} = \cos \phi \tan \phi = \sqrt{\frac{1 - \cos 2\phi}{2}}$$

$$\cos \varphi = \sqrt{1 - \sin^2 \varphi} = \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 \varphi}} = \sin \varphi \operatorname{ctn} \varphi = \sqrt{\frac{1 + \cos 2\varphi}{2}}$$

$$\tan \varphi = \frac{\sin \varphi}{\sqrt{1 - \sin^2 \varphi}} = \sqrt{\frac{1 - \cos^2 \varphi}{\cos \varphi}} = \sqrt{\frac{1 - \cos 2\varphi}{1 + \cos 2\varphi}}$$

$$\sin(\varphi \pm \beta) = \sin \varphi \cos \beta \pm \cos \varphi \sin \beta, \quad \cos(\varphi \pm \beta) = \cos \varphi \cos \beta \mp \sin \varphi \sin \beta$$

$$\sin 2\varphi = 2 \sin \varphi \cos \varphi, \quad \tan 2\varphi = \frac{2 \tan \varphi}{1 - \tan^2 \varphi}, \quad \tan(\varphi \pm \theta) = \frac{\tan \varphi \pm \tan \theta}{1 \mp \tan \varphi \tan \theta}$$

$$\cos 2\varphi = \cos^2 \varphi - \sin^2 \varphi = 2\cos^2 \varphi - 1 = 1 - 2\sin^2 \varphi$$

$$\sin^2 \varphi + \cos^2 \varphi = 1, \quad \sec^2 \varphi - \tan^2 \varphi = 1, \quad \csc^2 \varphi - \operatorname{ctn}^2 \varphi = 1$$

$$\sin \frac{\varphi}{2} = \sqrt{\frac{1 - \cos \varphi}{2}}, \quad \cos \frac{\varphi}{2} = \sqrt{\frac{1 + \cos \varphi}{2}}, \quad \tan \frac{\varphi}{2} = \sqrt{\frac{1 - \cos \varphi}{1 + \cos \varphi}}$$

$$\sin(\alpha + \beta) \sin(\alpha - \beta) = \sin^2 \alpha - \sin^2 \beta = \cos^2 \beta - \cos^2 \alpha$$

$$\cos(\alpha + \beta) \cos(\alpha - \beta) = \cos^2 \alpha - \sin^2 \beta = \cos^2 \beta - \sin^2 \alpha$$

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}, \quad \sin \alpha - \sin \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}, \quad \cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\sin \alpha \sin \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)]$$

$$\sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} [\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)]$$

$$\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta)]$$

$$\begin{aligned} \sqrt{A^2 + B^2} \geq A \sin \alpha + B \cos \beta &= \sqrt{A^2 + B^2} \cos(\alpha - \varphi_1), \quad \varphi_1 = \arctan \frac{A}{B} \\ &= \sqrt{A^2 + B^2} \sin(\alpha + \varphi_2), \quad \varphi_2 = \arctan \frac{B}{A} \end{aligned}$$

### الدوال العكسية Inverse Functions

إذا كانت  $u = \sin \varphi$  فإن  $\varphi = \arcsin u$  أو  $\varphi = \sin^{-1} u$

إذا كانت  $a = \log x$  فإن  $x = 10^a$ ، وإذا كانت  $x = \ln a$  فإن  $a = e^x$ .

$$\log x^b = b \log x, \quad \log_{10} x = 0.4343 \log_e x \quad \& \quad \log_e x = 2.3026 \log_{10} x$$

$$\log a + \log b = \log(ab) \quad \& \quad \log a - \log b = \log a / b$$

$$\ln a + \ln b = \ln(ab) \quad \& \quad \ln a - \ln b = \ln(a / b)$$

### الدوال الزائدية Hyperbolic Functions

$$\sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}, \quad \cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}, \quad \tanh x = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} \quad \& \quad \sinh^2 \varphi - \cosh^2 \varphi = 1$$

## جذرا المعادلة التربيعية

$$x_{1,2} = \frac{-2c}{b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}} \text{ أو } x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \text{ فإن } ax^2 + bx + c = 0 \text{ إذا كانت}$$

$$x_{1,2} = -\beta \pm \sqrt{\beta^2 - 4\gamma} \text{ فإن } x^2 + 2\beta x + \gamma = 0 \text{ إذا كانت}$$

## VII المتسلسلات

### متسلسلة تيلور Taylor series

إذا وجدت كل مشتقات دالة ما عند نقطة معينة، مثلاً  $x = x_0$ ، أمكن كتابة الدالة كمتسلسلة قوى حول تلك

النقطة

$$f(x) = f(x_0) + (x - x_0) \left\{ \frac{df}{dx} \right\}_{x_0} + \frac{(x - x_0)^2}{2!} \left\{ \frac{d^2f}{dx^2} \right\}_{x_0} + \dots + \frac{(x - x_0)^n}{n!} \left\{ \frac{d^n f}{dx^n} \right\}_{x_0}$$

$$(1 \pm x)^n = 1 \pm nx + \frac{n(n-1)}{2!} x^2 \pm \frac{n(n-1)(n-3)}{3!} x^3 + \dots [x^2 < 1]$$

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots [x^2 < \infty]$$

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \dots [x^2 < \infty]$$

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \dots [x^2 < \infty]$$

$$\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \dots [x^2 < \infty]$$

## VIII بعض المشتقات

في الآتي  $x$ ،  $u$  و  $v$  دوال في حين أن  $a$ ،  $b$  و  $n$  ثوابت

$$\frac{dx^n}{dx} = n x^{n-1}, \frac{d(uv)}{dx} = u \frac{dv}{dx} + v \frac{du}{dx}, \frac{d \left\{ \frac{u}{v} \right\}}{dx} = \frac{v \frac{du}{dx} - u \frac{dv}{dx}}{v^2}$$

$$\frac{de^x}{dx} = e^x, \frac{de^{ax}}{dx} = ae^x, \frac{d \ln x}{dx} = \frac{1}{x}$$

$$\frac{d \sin(ax+b)}{dx} = a \cos(ax+b), \frac{d \cos(ax+b)}{dx} = -a \sin(ax+b)$$

$$\frac{d \tan(ax+b)}{dx} = a \sec^2(ax+b), \frac{d \sec x}{dx} = \tan x \sec x, \frac{d \csc x}{dx} = -\cot x \csc x$$

$$\frac{d \sinh x}{dx} = \cosh x, \frac{d \cosh x}{dx} = \sinh x, \frac{d \tanh x}{dx} = \operatorname{sech}^2 x,$$

$$\frac{d \arcsin x}{dx} = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}, \frac{d \arccos x}{dx} = \frac{1}{x\sqrt{x^2-1}}, \frac{d \arctan x}{dx} = \frac{1}{1+x^2}$$

$$\int \frac{dx}{x} = \ln x, \int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} \quad n \neq -1, \int \frac{dx}{a+bx} = \frac{1}{b} \ln(a+bx),$$

$$\int (a+bx)^n dx = \frac{(a+bx)^{n+1}}{b(n+1)}, \quad n \neq -1$$

$$\int \sqrt{a^2 - x^2} dx = \frac{1}{2} \left\{ x \sqrt{a^2 - x^2} + a \arcsin \frac{x}{a} \right\}, \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}} = \ln \left\{ x + \sqrt{x^2 \pm a^2} \right\}$$

$$\int \sqrt{x^2 \pm a^2} dx = \frac{1}{2} \left\{ x \sqrt{x^2 \pm a^2} \pm a^2 \ln(x + \sqrt{x^2 \pm a^2}) \right\}, \int \frac{x dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}} = \sqrt{a^2 \pm x^2}$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \arcsin \frac{x}{a}, \int \frac{dx}{x \sqrt{x^2 - a^2}} = \frac{1}{a} \operatorname{arccos} \frac{a}{x}, \int \frac{dx}{a^2 + x^2} = \frac{1}{a} \operatorname{arctan} \frac{x}{a}$$

$$\int \frac{dx}{a^2 - x^2} = \frac{1}{2a} \ln \left| \frac{a+x}{a-x} \right|, \int \frac{dx}{x^2 - a^2} = \frac{1}{2a} \ln \left| \frac{x-a}{x+a} \right|$$

$$\int \sin x dx = -\cos x, \int \cos x dx = \sin x, \int \tan x dx = -\ln |\cos x|, \int \cot x dx = \ln |\sin x|$$

$$\int \sin^2 x dx = \frac{x}{2} - \frac{\sin 2x}{4}, \int \cos^2 x dx = \frac{x}{2} + \frac{\sin 2x}{4}, \int \tan^2 x dx = \tan x - x$$

$$\int \sin x \cos x dx = \frac{\sin^2 x}{2}, \int x \sin x dx = \sin x - x \cos x, \int x \cos x dx = \cos x + x \sin x$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a}, \quad a > 0 \text{ و } a \neq 1, \int \ln x dx = x \ln x - x, \int x \ln x dx = \frac{x^2}{2} \ln x - \frac{1}{4} x^2,$$

$$\int \frac{dx}{x \ln x} = \ln |\ln x|, \int \log x dx = \frac{\log e}{x},$$

$$\int \sinh x dx = \cosh x, \int \cosh x dx = \sinh x, \int \tanh x dx = \ln(\cosh x)$$

$$\int e^{ax} dx = \frac{e^{ax}}{a}, \int x e^{ax} dx = \frac{e^{ax}}{a^2} (ax - 1)$$

$$\int e^{ax} \sin px dx = \frac{e^{ax}}{a^2 + p^2} (a \sin px - p \cos px)$$

$$\int e^{ax} \cos px dx = \frac{e^{ax}}{a^2 + p^2} (a \cos px + p \sin px)$$

$$\int uv dx = u \int v dx - \int \left\{ \frac{du}{dx} \int v dx \right\} dx$$