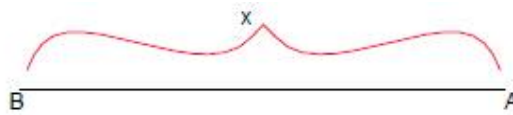


المجد للهندسة لأنها قادرة على إنجاز الكثير من لا شيء تقريباً.

نيوتن :مقدمة المبادئ Principia

سنحاول هنا تمثيل المفاهيم الرياضية رسماً كمفاهيم هندسية واضحة. لنقل أننا نريد تمثيل وتحديد منتصف خط مرسوم أو المركز الهندسي لمثلث، رؤوسه محددة أو نريد أن نساوي مساحة شكل هندسي رباعي الأضلاع إلى مثلث يشتركان معاً في طول القاعدة.....الخ..... كيف لنا عمل ذلك رسماً في الهندسة المستوية.

سؤال محلول 1: بين هندسياً كيف نحدد قيمة ومقدار الجذر التربيعي لعدد ما على خط مستقيم. نفترض لذلك خطاً مستقيماً وأفقياً - قطعة خطية بين النقطتين A و B.



1.1

الحل

نفترض الطول AB كما في الشكل أعلاه. نضيف طولاً مقداره الوحدة إلى الخط AB فنحصل على الخط AC. هنا نتخيل أن طوله 5 وحدات فنضيف له وحدة واحدة كخمس طول الخط.

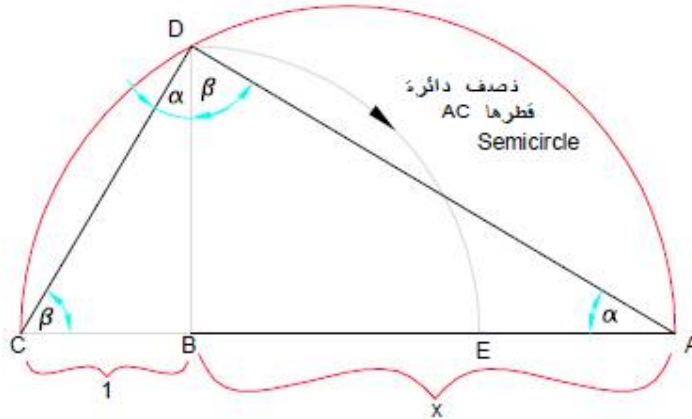
الأصل أن نرسم هذه الوحدة الطولية C - B ثم نزيد 5 وحدات طولية إليها. نرسم نصف دائرة، قطرها AC، أي الطول الأصلي مع التمديد. نقيم عموداً على AC من النقطة B فنحصل على الخط BD. BD = الجذر التربيعي الطول AB.

الإثبات:

يجب العلم أن الزاوية الرأسية D قائمة لأن الضلع المقابل AC قطر دائرة، كما أن المثلثين ABD و CBD متشابهين لأن الزاويتين α و β متتامتان، أي مجموعهما 90 درجة. هذا يعني رياضياً أن

$$\begin{aligned} AB &= x \\ CB &= 1 \text{ (one unit)} \\ DB^2 &= AB \times CB = x^2 \end{aligned}$$

رسم جذر طول محدد



1.2

المثلث ABD و المثلث DBC متشابهان
يعني أن $BD/BC = AB/BD$

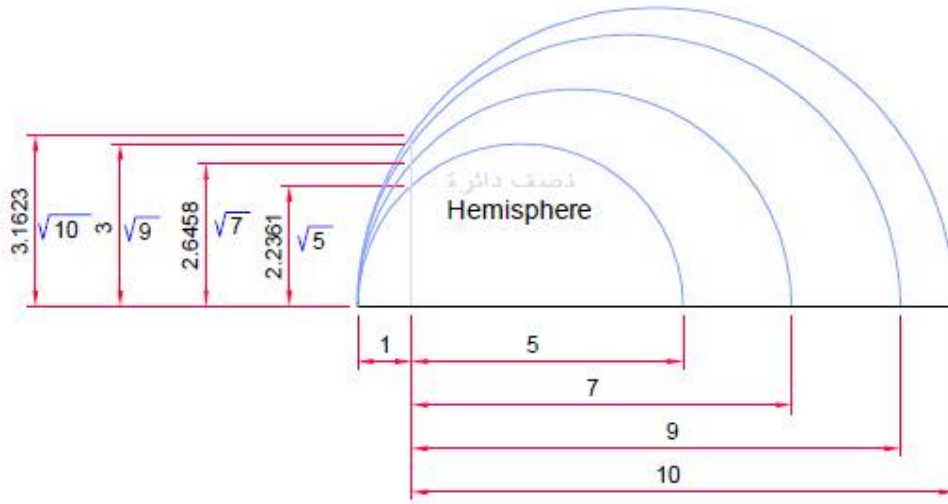
ومنها كعلاقة تبادلية ينتج أن

$$BD^2 = AB \times BC$$

وحيث أن المسافة BC تساوي الوحدة فإن

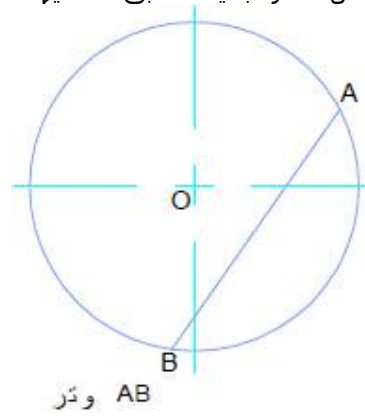
$$BD^2 = AB$$

ومنها نقول أن المسافة BD تساوي جذر المسافة AB. وهو المطلوب. وكأمثلة تطبيقية على ما ورد نرسم ونحدد الجذر التربيعي للأعداد 5، 7، 9 و 10 على الترتيب. وهو المطلوب.



1.3

سؤال محلول 2: أكبر مربع وأصغر مربع
أرسم المربع الأكبر والمربع الأصغر داخل الدائرة بحيث تنطبق قاعدتيهما على الوتر AB في الدائرة.

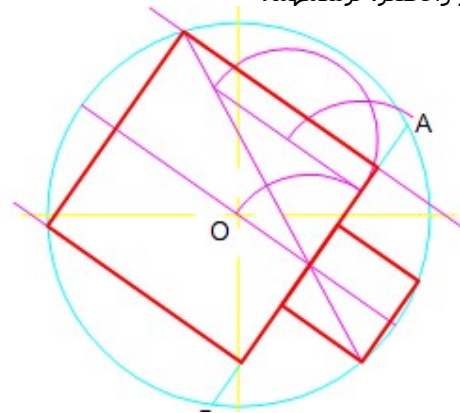


AB وتر

2.1

الحل

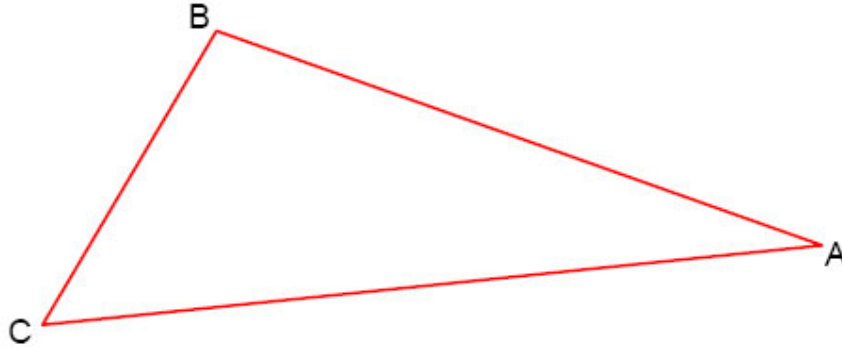
نستخدم التماثل في الطول بين نصف طول المربع إلى ارتفاعه، أي 1:2، وذلك انطلاقاً من منتصف الوتر AB. لذلك، نرسم من نقطة المنتصف خطاً يميل على الوتر بزاوية ظلها 2، أي نمشي وحدة على الوتر AB من منتصفه ثم نرسم عموداً طوله وحدتين من آخر نقطة وصلنا إليها على الوتر. نرسم خطاً جديداً من منتصف الوتر مع النقطة الأخيرة ونمده على الجهتين حتى يلتقي مع منحنى الدائرة. تقاطع خط الميل 2 مع الدائرة يعرف المربعين الأكبر والأصغر. نرسمهما.



2.2

سؤال مجلول 3: أكبر مربع داخل مثلث

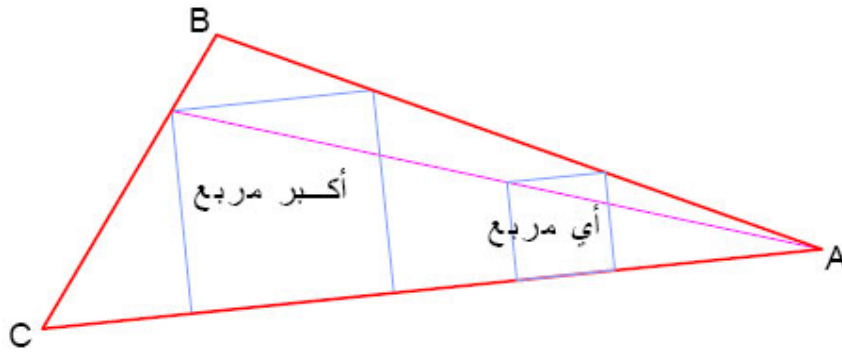
أرسم هندسياً أكبر مربع داخل مثلث معلوم، أي مثلث. قاعدة المربع منطبقة على قاعدة المثلث بينما زاويتييه الأخرين تلمسان حافتي المثلث.



3.1

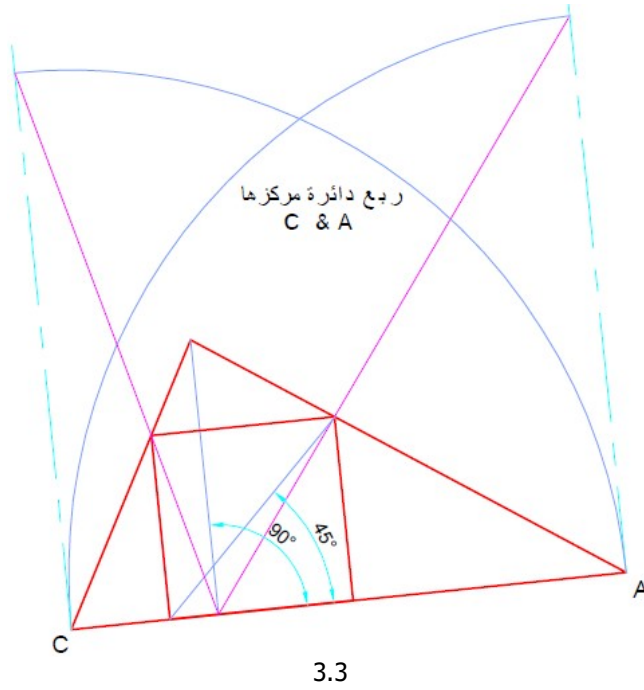
الحل

في المثلث ABC نرسم أي مربع تكون قاعدته منطبقة على قاعدة المثلث AC ورأسه يلمس الضلع AB. نوصل بخط مستقيم الزاوية A مع زاوية المربع الداخلية ونمد الخط على استقامته حتى التلاقي مع ضلع المثلث BC. نسقط عموداً على القاعدة وخطاً موازياً لخط قاعدة المثلث AC. نكمل المربع.

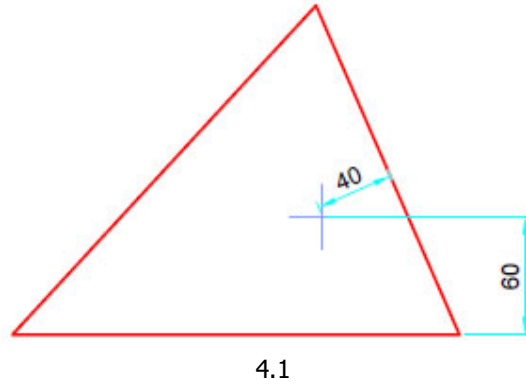


3.2

حل ثانٍ



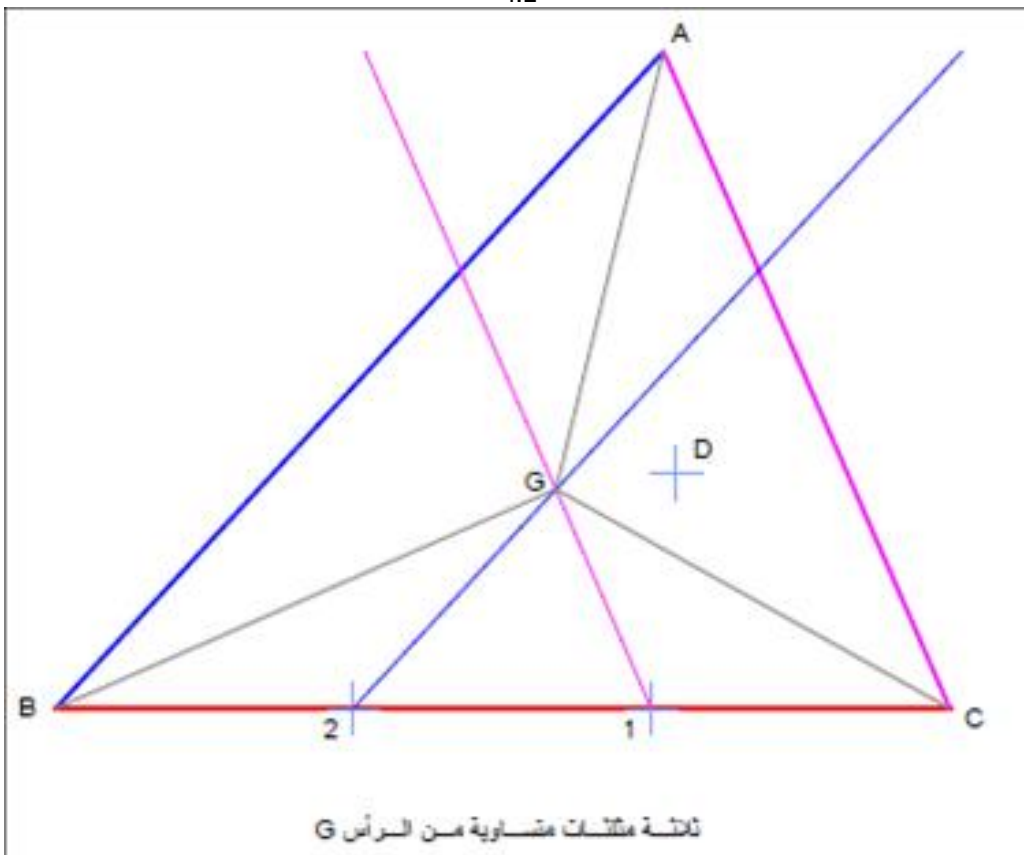
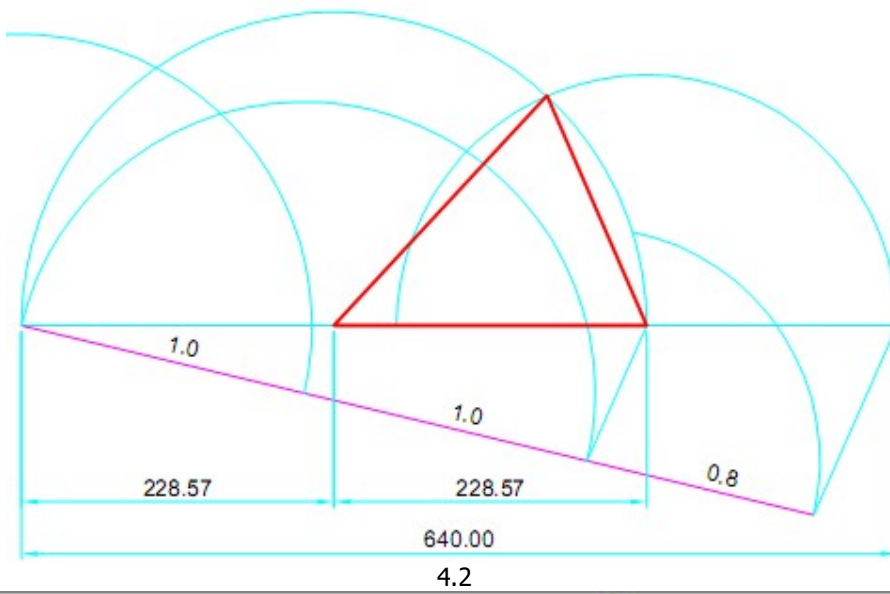
سؤال محلول 4: قسمة مساحة مثلث إلى ثلاثة أقسام متساوية من نقطة داخله
قطعة أرض مثلثة الشكل، طول محيطها 640 متراً، إذا كانت نسبة أطوال أضلاعها 1:1:0.8.



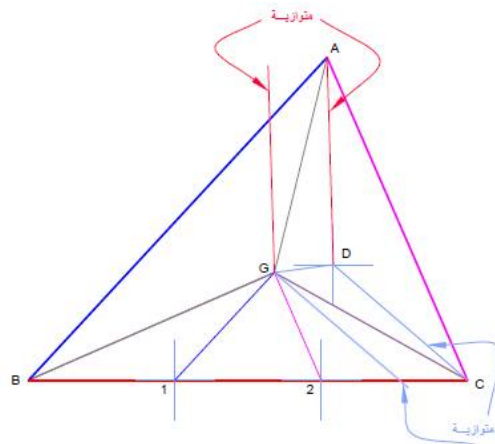
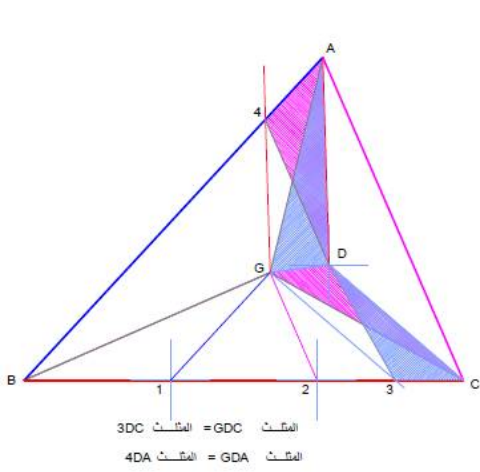
يوجد بئر ماء داخل قطعة الأرض على بعد 60 من ضلع القاعدة و 40 متراً من ضلع آخر في القطعة المثلثة.
أرسم هذه القطعة المثلثة بمقياس رسم تصغير 1:5000
احسب المساحة الإجمالية لقطعة الأرض.
اقسم هذه القطعة إلى ثلاثة أقسام متساوية بين ثلاثة أخوة جميعهم يريدون فتحة البئر.

الحل

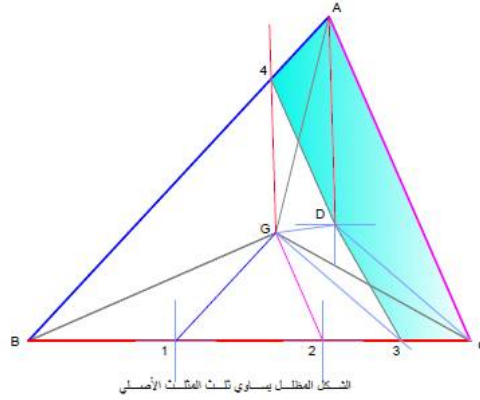
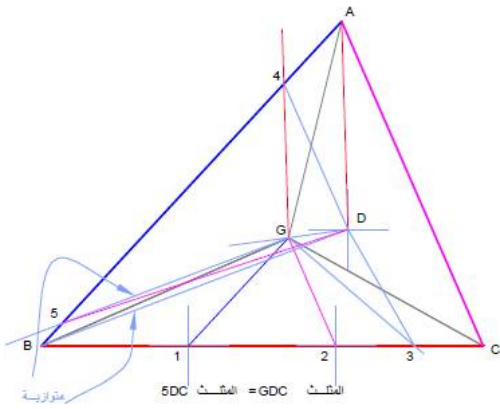
نرسم خطاً أفقياً طوله 640 متراً.
نقسم هذا الخط بالنسبة 1:1:0.8.
نرسم المثلث- قطعة الأرض المثلثة.



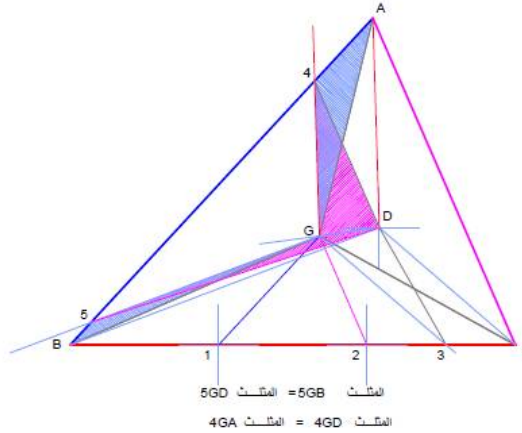
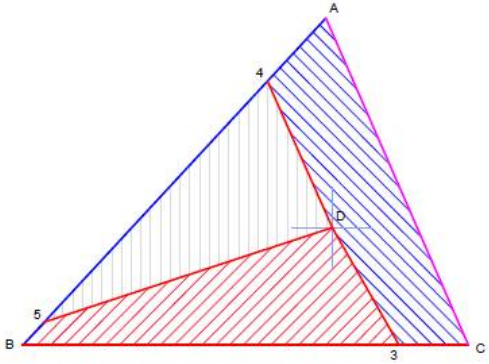
4.3



4.4



4.5

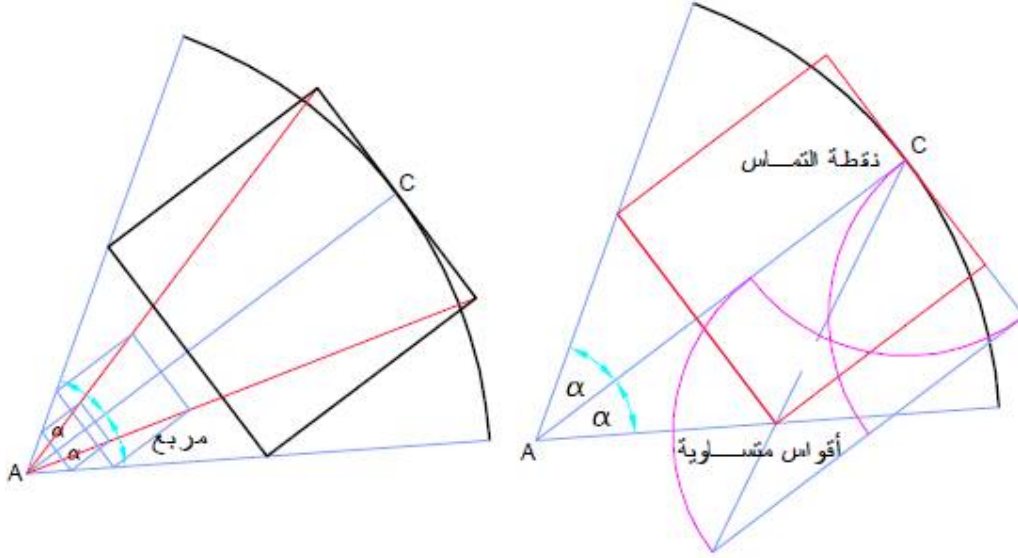


4.6

سؤال محلول 5: مربع يمس قوساً دائرياً ويلامس ضلعي القوس
أرسم مربعاً، بحيث أن أحد أضلاعه يمس قوساً دائرياً ويلامس ضلعه المقابل ضلعي القوس الدائري.

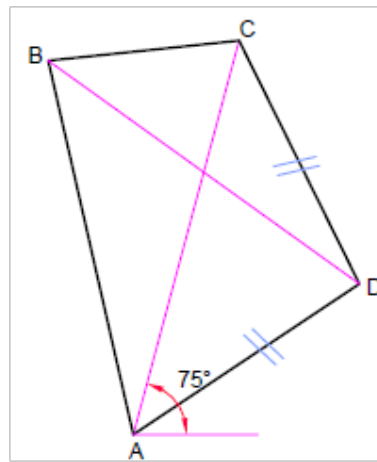
الحل

نرسم مماساً على قوس الدائرة من منتصفه.
نرسم خطاً يميل مع المماس بزاوية ظلها 2. لذلك، نمشي من نقطة التماس وحدة واحدة على المماس
ثم نرسم عموداً طوله وحدتين من آخر نقطة وصلنا إليها على المماس.
نرسم خطاً جديداً من منتصف الوتر مع النقطة الأخيرة ونمده على الجهتين حتى يلتقي مع ضلع الزاوية.
نكرر الخطوات السابقة على الجهة الأخرى للمماس.



حلان بطريقتين هندسيتين
5

سؤال محلول 6: رسم الشكل الرباعي
كيف نرسم الشكل الرباعي الذي فيه $AC = 100$ ملم ويميل بزاوية 75° عن الأفقي.
محيط المثلث ABC يساوي 241 ملم وطول AB ضعف طول BC. مساحة المثلث ABC تكافئ مساحة
المثلث ACD، والأخير متساوي الساقين، أي أن $AD=CD$.

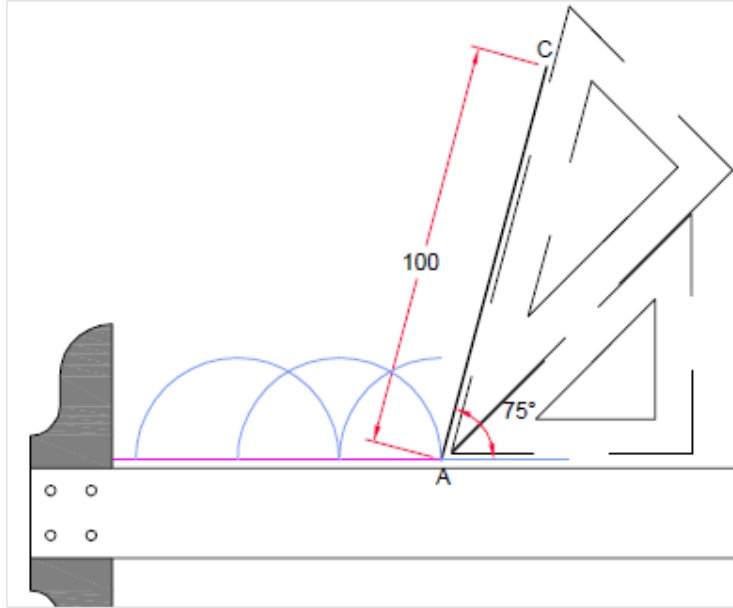


6.1
هذا الرسم تقريبي

ارسم مثلثاً يكافئ الشكل الرباعي ABCD.
ارسم مستطيلاً يكافئ الشكل الرباعي ABCD.
أرسم مربعاً يكافئ الشكل الرباعي ABCD.

**الحل
أولاً:**

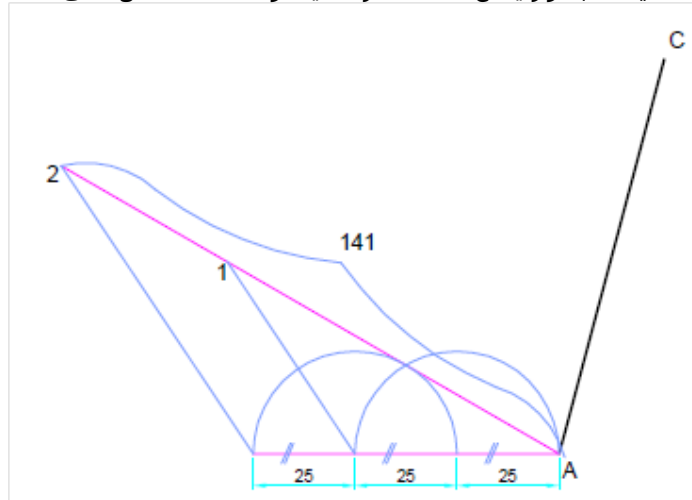
نحدد النقطة A ومنها نرسم خطاً طوله 100 ملم، بحيث يميل عن الأفقي 75° فنحصل على النقطة C. نرسم خطاً أفقياً لليسار من A ونحدد عليه ثلاث قطع خطية متساوية (مثلاً، بطول 25 ملم).



6.2

ثانياً:

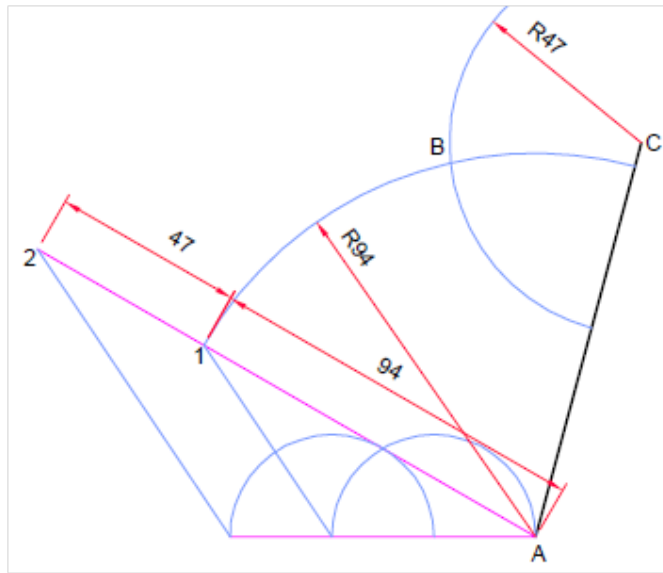
نرسم من A خطاً مائلاً بأي زاوية، طوله 141 ملم ليحدد مجموع الضلعين المتبقين في المثلث، $(AB+BD=241-100)$. نربط الخط الأفقي وتقسيماته بالتوازي مع الخط الآخر الذي طوله 141 فنحصل على النقطتين 1، 2.



6.3

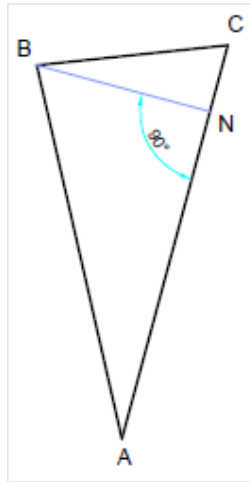
ثالثاً:

الخط $A1=94$ ملم ويمثل طول الضلع AB في الشكل الرباعي. نرسم قوساً من A نصف قطره المسافة بين النقطتين A و 1 والمساوية لـ 94 ملم حتى يقطع الخط AC. نرسم قوساً من C نصف قطره المسافة بين النقطتين 1 و 2 والمساوية لـ 47 ملم، فنحصل من تقاطع القوسين على النقطة B.



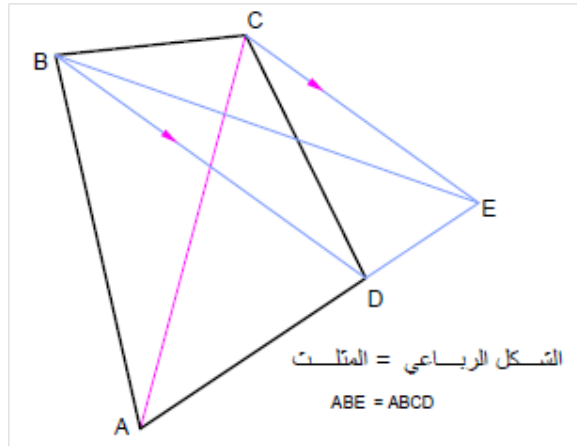
6.4

رابعاً:
نكمل رسم المثلث ABC.



6.5

خامساً:
لأن المثلثين ABC وADC متساويين في المساحة ومشتركين في القاعدة AC فإن ارتفاعيهما متساويين.
نسقط عموداً من B على الخط AC فنحصل على النقطة N. ونرسم خطاً موازياً للخط AC وعلى بعد BN.

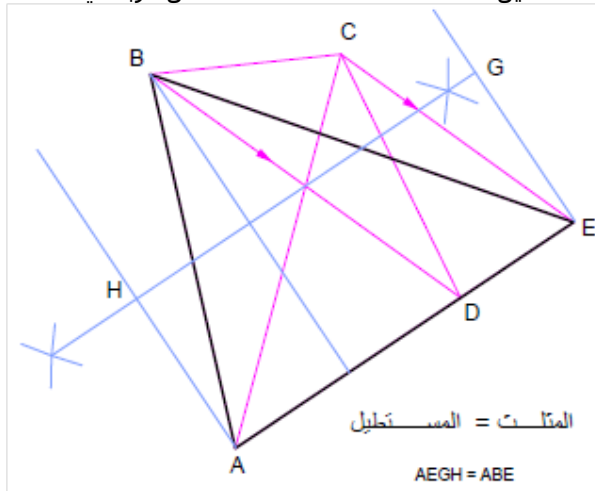


6.8

ثامناً:

نسقط عموداً من B على القاعدة AE، وننصفه بخط مواز للقاعدة AD، نكمل رسم المستطيل AEGH.

المستطيل AEGH = المثلث ABE = الشكل الرباعي ABCD.

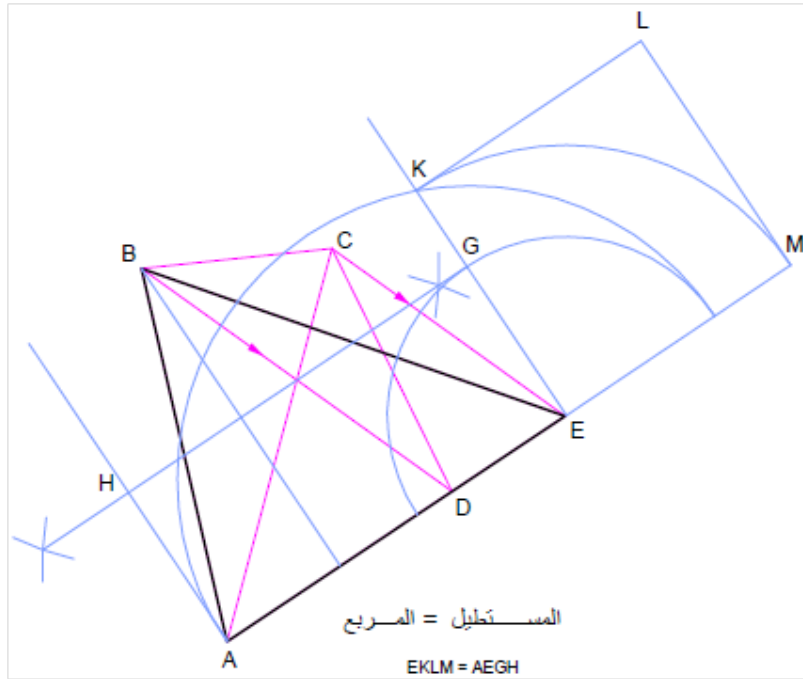


6.9

تاسعاً:

نرسم ربع الدائرة من المركز E، نصف قطرها ضلع المستطيل EG فنحصل على النقطة G. على المسافة Ag نرسم نصف دائرة فنحصل على النقطة K. نرسم المربع EKLM.

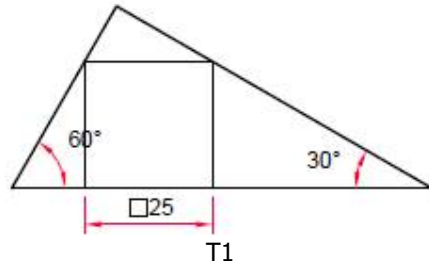
المربع EKLM = المستطيل AEGH = المثلث ABE = الشكل الرباعي ABCD.



6.10

تمرين 1:

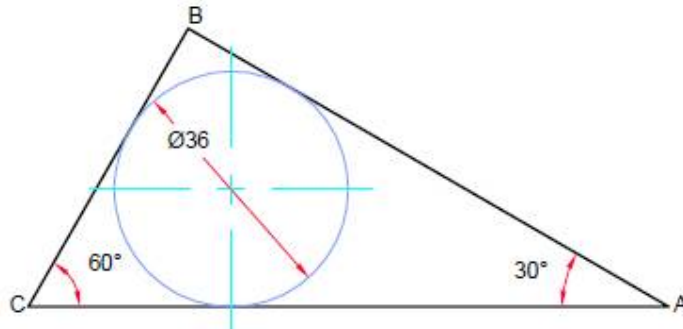
أرسم المثلث القائم $30^\circ \times 60^\circ$ حول المربع الذي ضلعه 25 بحيث ينطبق وتر المثلث على إحدى قواعد المربع. استخدم الفرجار والمسطرة كطريقة أولى ثم المثلثين كطريقة ثانية.



T1

تمرين 2:

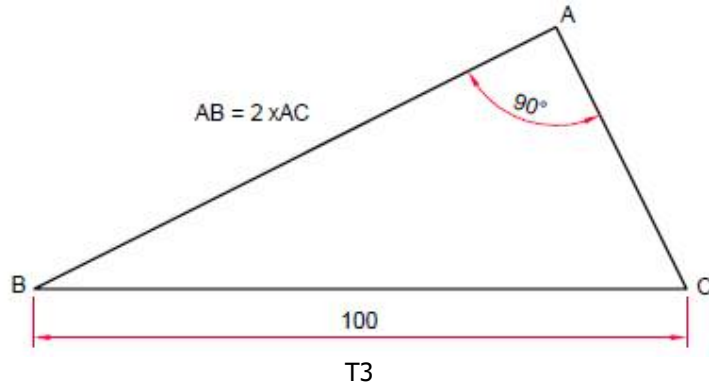
أرسم المثلث القائم $30^\circ \times 60^\circ$ حول دائرة. استخدم الفرجار والمسطرة كطريقة أولى ثم المثلثين كطريقة ثانية.



T2

تمرين 3:

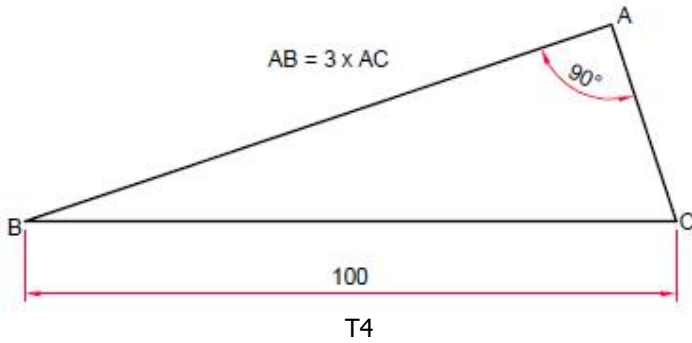
أرسم المثلث القائم الزاوية في A، بحيث أن $BC = 100$ ملم بينما $AB = 2AC$.



يوجد حلين لهذا التمرين

تمرين 4:

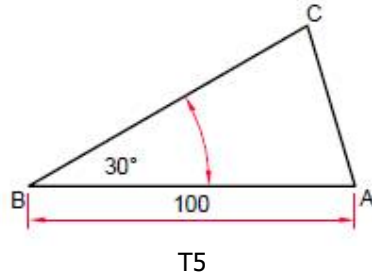
أرسم المثلث القائم الزاوية في A، بحيث أن $BC = 100$ ملم بينما $AB = 3AC$.



يوجد حلين لهذا التمرين

تمرين 5:

أرسم المثلث ABC، فيه القاعدة $AB = 100$ ملم، الزاوية $B = 30$ درجة ومجموع أضلاعه أي محيطه $= 250$ ملم.



تمرين 6:

أرسم المثلث ABC الذي فيه AB يساوي 55 ملم، مجموع أطوال أضلاعه 180 ملم بينما نسبة طوليه $AC/BC = 1.5$.

تمرين 7:

أرسم المثلث ABC، الذي قاعدته 100 ملم وزاوية رأسه $= 30$ ° بينما ارتفاعه يساوي 75 ملم.

تمرين 8:

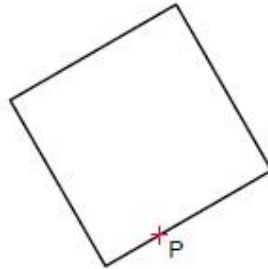
أرسم المثلث المعروف فيه طول أحد أضلاعه والزاوية المقابلة لهذا الضلع والمسافة الأفقية بين نقطته الأولى ورأسه. اعتبر كمثل الضلع الأول خطأً أفقياً يساوي 100 ملم، زاوية رأسه $= 75$ درجة بينما المسافة الأفقية بين نقطته الأولى ورأسه $= 80$ ملم.

تمرين 9:

ارسم المثلث ABC، الذي فيه الزاوية $A =$ قائمة والزاوية B تساوي 30 درجة إذا كان المعطى في السؤال هو طول الخط AB والذي يساوي 70 ملم. استخدم الفرجار والمسطرة العادية للرسم.

تمرين 10:

ارسم مربع داخل مربع مرسوم انطلاقاً من النقطة P على أحد أضلاعه.

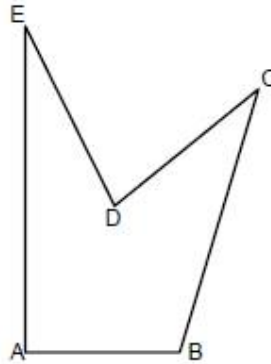


T10

يوجد حلين لهذه المسألة.

تمرين 11:

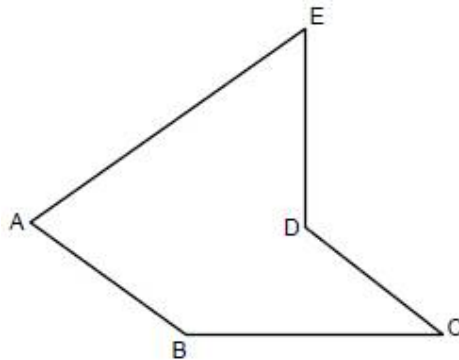
ارسم مثلثاً يكافئ الخماسي ABCDE بحيث يشترك المثلث والخماسي في الرأس E والقاعدة AB؟
انقر الحل



T11

تمرين 12:

ارسم مثلثاً يكافئ الخماسي ABCDE بحيث يشترك المثلث والخماسي في الرأس D والقاعدة BC؟

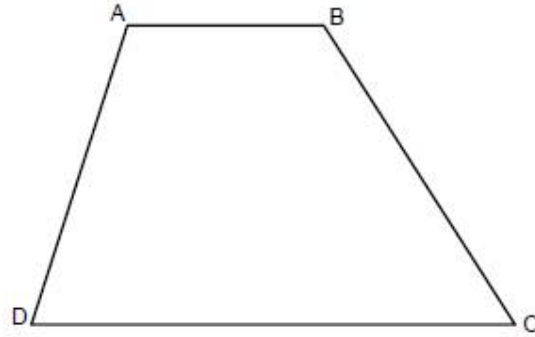


T12

انقر الحل

تمرين 13:

اقسم قطعة أرض تأخذ شكل شبه المنحرف بخط مواز للقاعدتين المتوازيين.

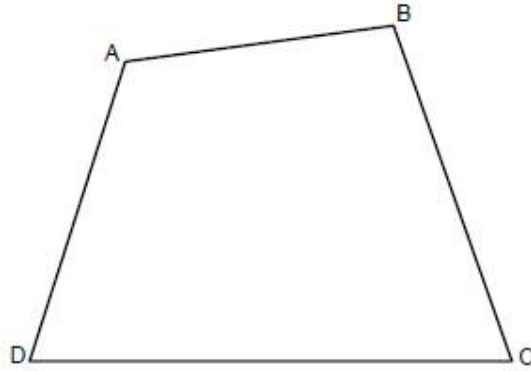


T13

انقر الحل
راجع أيضاً مبادئ الرسم الهندسي، ط 2 ص 85.

تمرين 14:

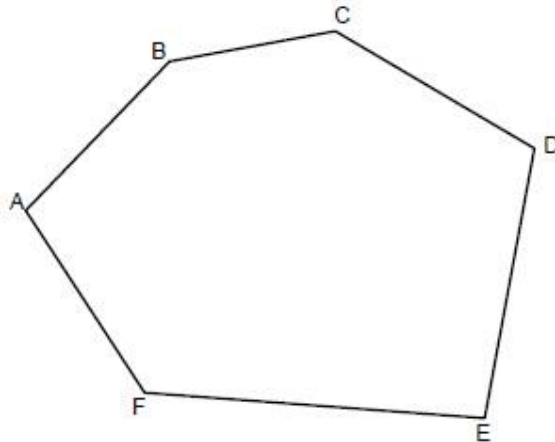
اقسم قطعة أرض تأخذ شكل الرباعي ABCD بحيث يمر الخط المنصف من الرأس B.



T14

انقر الحل
تمرين 15:

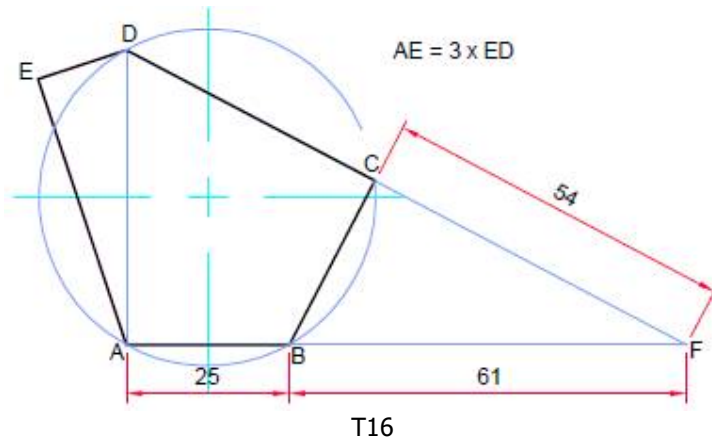
ارسم مثلثاً مكافئاً للسداسي غير المنتظم بحيث يشتركان في الرأس C والقاعدة EF.



T15

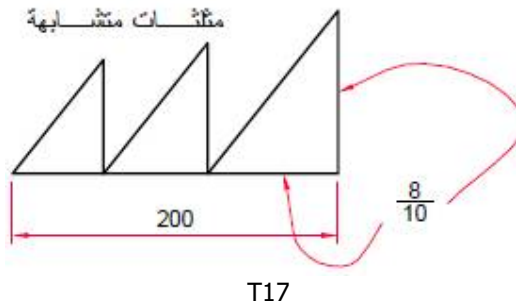
انقر الحل
تمرين 16:

أرسم الخماسي غير المنتظم ABCDE، وفقاً للمعطيات الهندسية المرفقة على الرسم. الزاوية $\angle AED =$ قائمة ونسبة ضلعيها 3:1.



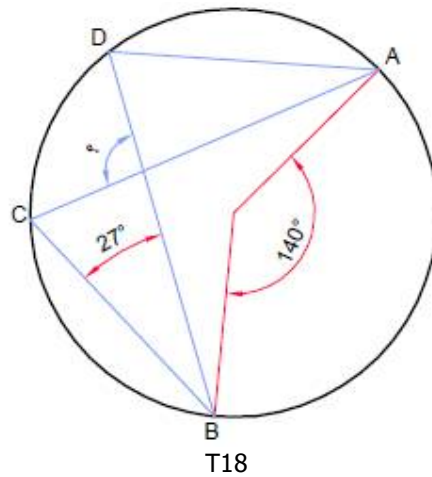
تمرين 17:

رسمت مثلثات ثلاث قائمة ومتشابهة فوق بعضها البعض. نسبة المساحات بين المثلثات الثلاث هي 100:64:49، كما أن نسبة ضلعي القائم في كل مثلث هي 0.8. ارسم هذه المثلثات للارتفاع 200 ملم.



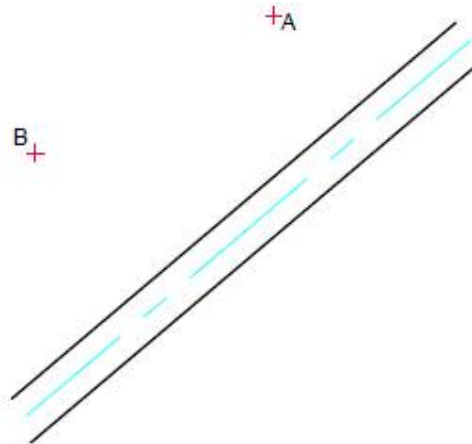
تمرين 18:

ارسم أي دائرة، بحيث أن الزاوية المركزية التي يحصرها القوس AB تساوي 140 درجة، بينما الزاوية DBC فتساوي 27 درجة. ما مقدار الزاوية المحصورة بين الوترين AC و BD. وما قيم زوايا الشكل الرباعي ABCD؟



تمرين 19:

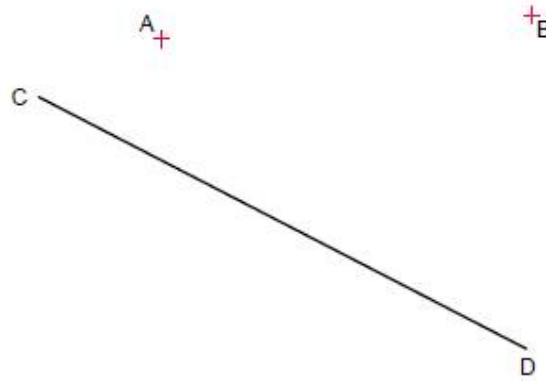
اربط البيتان A و B بأقصر مسافة ممكنة بحيث يكون لهما مدخل واحد على الشارع الرئيسي. اربط البيتان A و B بالشارع الرئيسي بحيث تكون الزاوية بين الشارعين الفرعيين 75°.



T19

تمرين 20:

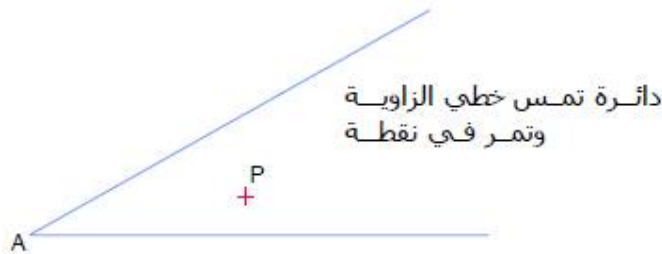
كيف نرسم شارعين فرعيين من البيتين A و B للشارع الرئيسي CD بحيث يلتقيان في نقطة واحدة على الشارع ويكون مجموعهما أقل ما يمكن. هل يوجد شارعين آخرين من البيتين للشارع الرئيسي بحيث يكون مجموع مسافتيهما أقل من الحل السابق؟



T20

تمرين 21:

ارسم الدائرة التي تمس ضلعي الزاوية A وتمر من النقطة P ضمن حيز الزاوية.

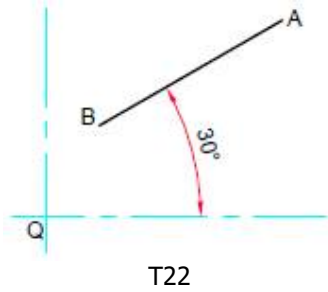


T21

يوجد حلين لهذا السؤال

تمرين 22:

ارسم القوس الذي يمس خطاً معروفاً، مثلاً AB أو امتداده ويمس خطاً رأسياً آخر في نقطة محددة عليه Q.

**تمرين 23:**

ارسم مخمساً منتظماً ارتفاعه معروف. ارتفاع المخمس هو العمود المقام من رأسه على القاعدة المقابلة.

تمرين 24:

ارسم المثلث متساوي الأضلاع المكافئ للمربع المعروف ضلعه.

تمرين 25:

ارسم المربع المكافئ لدائرة معروف نصف قطرها.

الحل المعروف حتى الآن هو حل تقريبي. لا يوجد حل دقيق لهذه المسألة، وهي إحدى ثلاث مسائل هندسية لم تحل حتى الآن منذ أرخميدس. راجع مبادئ الرسم الهندسي ط 2 ص 84

تمرين 26:

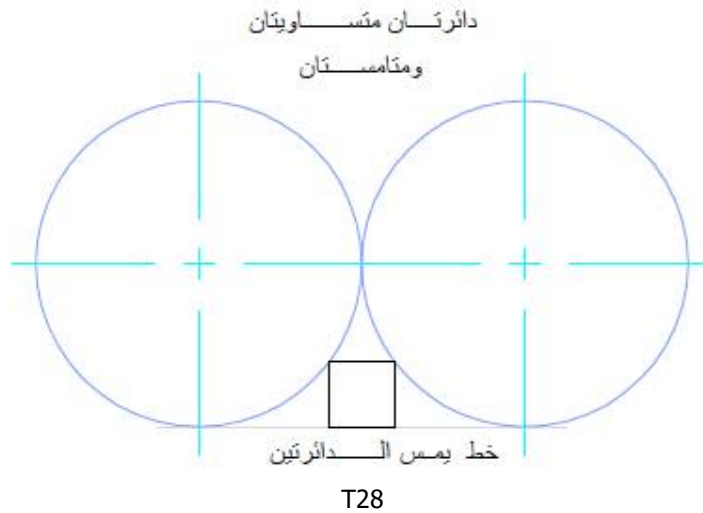
أرسم مثلثاً (أي مثلث) يكافئ شبه منحرف محدد.
أرسم مثلثاً متساوي الأضلاع يكافئ شبه منحرف محدد.

تمرين 27:

ارسم المربع المكافئ لشبه المنحرف.

تمرين 28:

ارسم المربع الذي يمس دائرتين متساويتين ومتماستين، قاعدته على خط يمس الدائرتين ويلامسهما.

**تمرين 29:**

ارسم المربع الذي يمس دائرتين غير متساويتين ومتماستين، قاعدته على خط يمس الدائرتين.

تمرين 30:

ارسم الدائرة التي تلامس دائرتين متساويتين ومتماستين وتلامس أيضاً خطاً يمس الدائرتين.

تمرين 31:

ارسم الزاوية 18 درجة هندسياً. 18 درجة + 90 درجة = 108 درجة هي الزاوية المركزية للمخمس المنتظم.

تمرين 32:

ارسم النسبة 17/32 هندسياً.

تمرين 33:

ارسم دائرة تمس ضلعي زاوية ودائرة من الداخل.

تمرين 34:

ارسم دائرة تمس ضلعي زاوية ودائرة من الخارج.

تمرين 35:

ارسم دائرة تمس ثلاث دوائر.

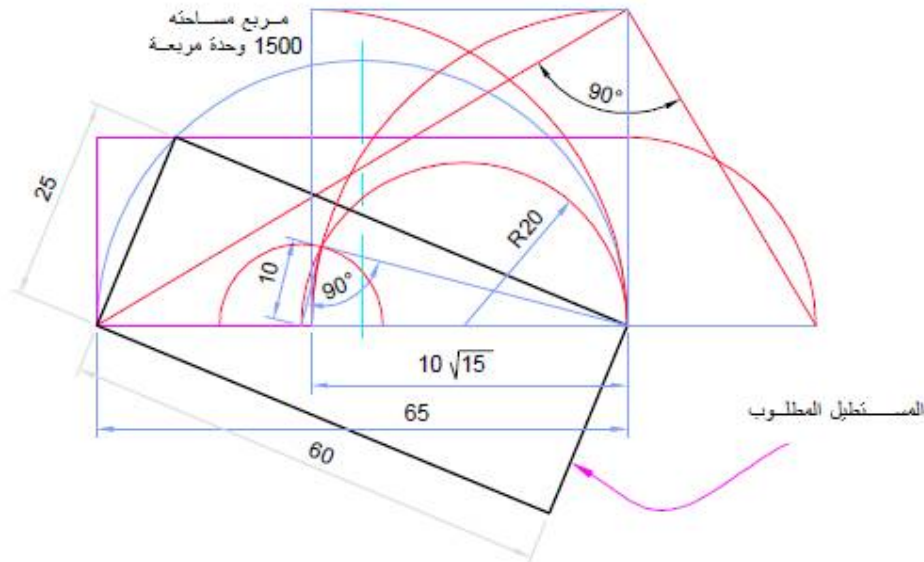
تمرين 36:

ارسم مربعاً يمس دائرة بينما ضلعه الآخر يشكل وترّاً في نفس الدائرة.

تمرين 37:

ارسم المستطيل الذي قطره = 65 وحدة ومساحته 1500 وحدة مربعة. نؤكد هنا على أن الحل المطلوب هو الحل الهندسي فقط. الحل الحسابي غير مطلوب هنا لكن يمكن استخدامه لتأكيد صحة الحل الهندسي.

الحل النهائي



T37

الحل الكامل في القريب العاجل

تمرين 38: